Allegato A

PROGETTO COLLABORATIVO DI RICERCA

MPI - Dipartimento di Matematica dell'Università di Modena e Reggio Emilia

INNOVAZIONE IN DIDATTICA DELLA MATEMATICA: LA FUNZIONE DEGLI 'STRUMENTI'

A cura della responsabile scientifica

Prof. Maria G. Bartolini Bussi

Introduzione

L'esperienza e la ricerca scientifica indicano sempre più la partecipazione a gruppi di ricerca come una delle strade più efficaci per lo sviluppo delle competenze degli insegnanti. In particolare gli esperti ritengono che la ricerca attuata dagli insegnanti rappresenti oggi una delle strade da percorrere per introdurre autentici cambiamenti nella formazione.

E' oggi importante creare reali opportunità per i docenti di contribuire alla conoscenza dei processi di insegnamento, migliorando, in questo modo, il proprio livello di competenze e potenziando le capacità progettuali delle stesse scuole. La presenza nelle scuole di gruppi di docenti innovativi è, pertanto, una condizione per poter affrontare i complessi processi di riforma che attendono il sistema scolastico italiano.

E' obiettivo irrinunciabile fare acquisire ad alcuni docenti della scuola capacità nel settore della ricerca didattica sul campo, ovvero fare maturare sempre più la figura del docente-ricercatore, che solo permette alla ricerca didattica di acquisire risultati concreti, impossibili da raggiungere in una ricerca teorica che resti confinata nel solo ambito universitario.

In questa ottica il Coordinamento della Formazione degli insegnanti ha varato un programma di intervento per promuovere la diffusione di progetti collaborativi di ricerca che vedano gruppi di insegnanti lavorare in cooperazione con ricercatori universitari.

Il presente progetto si inserisce in tale programma, secondo le linee indicate nel documento generale *Progetti collaborativi di ricerca,* allegato alla presente proposta.

Il progetto di ricerca didattica dell'Unità afferente al Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata di Modena

Sintesi del progetto

Artefatti di varia natura sono stati da sempre parte dell'esperienza matematica e sono presenti nella tradizione dell'insegnamento. Ci sono artefatti di natura diversa, ad esempio:

1) i materiali strutturati, pensati esclusivamente per la didattica (es. blocchi logici, multibase, geopiani) molto diffusi nella scuola elementare soprattutto a partire dalla fine degli anni '60;
2) gli strumenti matematici ereditati dalla tradizione culturale più antica (es. abaco, compasso, tracciatori di curve, prospettografi), che hanno accompagnato o precorso lo sviluppo teorico della disciplina;
3) gli strumenti tecnologici presi dalla vita di tutti i giorni (es. bilance, ingranaggi), che incorporano, nel loro funzionamento, conoscenze disciplinari raffinate;
4) gli strumenti delle nuove tecnologie (es. software per il calcolo simbolico, software dinamici per la geometria, sistemi di rilevamento e acquisizione dati di laboratorio), che consentono l'approccio e la soluzione di problemi complessi in tempi molto brevi.

Il primo e l'ultimo caso sono, per la scuola, emblematici: i materiali strutturati nel passato e gli strumenti delle nuove tecnologie in questi anni sono stati presentati agli insegnanti come artefatti in grado di risolvere molti problemi dell'insegnamento della matematica nei diversi gradi scolastici.

In realtà, la ricerca didattica ha mostrato che 'Ogni artefatto culturale diviene <u>efficace, rilevante e trasparente</u>, attraverso il suo utilizzo nel contesto di tipi specifici di interazioni sociali e in relazione

alle trasformazioni che esso subisce nelle mani di chi lo usa (L. Meira, 19th Int. PME Conference, Recife, 1995)'.
Il progetto che qui si propone mira a sviluppare alcuni progetti di ricerca in collaborazione tra Università e Scuola, per analizzare/documentare casi di uso efficace di strumenti e/o studiare le cause dell'eventuale insuccesso delle proposte didattiche.

Composizione dell'unità di ricerca

Alla ricerca collaboreranno:

- Due docenti dell'Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia:
  Maria G. Bartolini Bussi, professore straordinario di Matematiche Elementari da un Punto di Vista Superiore;
  Nicolina A. Malara, professore associato di Istituzioni di Matematiche.
- Fino a quindici docenti di ruolo presso la scuola secondaria (area di matematica) o elementare, scelti in base alla loro competenza nella ricerca didattica ed esperienza in attività di sperimentazione nella scuola.
  La commissione per la selezione del gruppo di ricerca sarà composta dal direttore del progetto, prof. Maria G. Bartolini (presidente), dal prof. Nicolina A. Malara (segretario) e da un rappresentante del mondo della Scuola, designato dal MPI. I docenti saranno scelti preferibilmente nel bacino d'utenza dell'Università di Modena e Reggio Emilia [provincia di Modena, sede del Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata], per motivi logistico-organizzativi.

Responsabile scientifico (ed organizzativo)

Curricolo

Maria G. Bartolini Bussi, professore straordinario di Matematiche Elementari da un Punto di Vista Superiore presso la Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali dell'Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia.
Rappresentante del Dipartimento di Matematica nel Direttivo del Museo Universitario di Storia Naturale e della Strumentazione Scientifica.
Responsabile di una Convenzione tra l'Università e il Comune di Modena per la Formazione e l'Aggiornamento degli insegnanti dei diversi ordini scolastici dal 1981 al 1991 e dal 1994 al 2000.
Responsabile di una unità locale del progetto 40% per la ricerca didattica dal 1983 al 1990. Titolare di contratti C.N.R. per la ricerca didattica ininterrottamente dal 1987 al 1997. Titolare di un progetto di ricerca applicata per l'Università di Modena nel periodo 96-98. Responsabile dell'unità locale di Modena per il Progetto Strategico del CNR *La costruzione del sapere matematico per una Società in trasformazione: strumenti e metodi* (2000).
Contraente principale (CR) del progetto *Maths Alive* RPTN-1999-00025, della Commissione Europea (V programma quadro), coordinato (CO) da Albrecht Beutelspacher (2000-02).
Curatrice, di diverse mostre pubbliche, tra cui ricordiamo: *Macchine Matematiche ed altri oggetti* e iniziative collaterali (Modena 1992); *Curve e curvigrafi* (Modena 1997) ; *Theatrum Machinarum* (Modena 1998, Cesenatico 2000).
Responsabile, per l'Università di Modena, di un progetto di collaborazione con l'Università Pedagogica di Città del Messico, per la costituzione di un Laboratorio di Matematica in quella sede e la realizzazione di ricerche didattiche sulle Macchine Matematiche.
Oltre a numerosi contributi agli atti di congressi nazionali e internazionali, ha tenuto diverse Conferenze plenarie su invito in Congressi internazionali:
15th PME (Assisi : 1991), 19th PME (Recife: 1995), ICME8 (Seville : 1996), Nationale Wiskunde Dagen (Noordwijkerhout 1996) , V Encontro de Investigação em Educação Matemática (Troia 1996), ICM98 (Berlin 1998), IMAG (Grenoble 1998), Escola de Verão (Spagna-Italia-Portogallo ; Santarem : 1999) Matematikk i historisk, kulturelt os samfunnsmessig perspektiv (*Mathematics in perspective of history, culture and society;* Bergen-Lesbos : 1999) AERA 2000 Symposium on

Teaching and learning Cultures of the Mathematics Classroom (New Orleans, aprile 2000). Canadian Mathematics Education Study Group (Montreal, maggio 2000) (conferenza plenaria)
E' stata visiting professor presso le Università di Bielefeld, Munster e Dortmund (1989).
Ha pubblicato oltre cento lavori. Dopo un iniziale periodo di ricerca sulla topologia dei fasci di fibre si è dedicata attivamente alla ricerca sulla didattica della matematica. L'attività successiva può essere distinta in due periodi parzialmente sovrapposti. Nel primo periodo, si è occupata pragmaticamente di formazione degli insegnanti; nel secondo periodo, ha affrontato specifici problemi di ricerca didattica, in collaborazione con insegnanti ricercatori di tutti i gradi scolastici, ed ha contribuito alla messa a punto del cosiddetto 'paradigma' Italiano di ricerca in didattica della matematica. Linee di ricerca: a) Formazione degli insegnanti; b) Ricerche del secondo ordine (Costruzione sociale del sapere, Contesti reali, Teoria e teoremi, Storia ed epistemologia, Nuove tecnologie e multimedia), c) Studi sul paradigma Italiano.

Alcune pubblicazioni

Bartolini Bussi M. G. (1990), Learning Situations and Experiential Domains Relevant to Early Childhood Mathematics, in Steffe L.P. & Wood T. (eds.), *Transforming Children's Mathematics Education: International perspectives*, 304-312, L.E.A..

Bartolini Bussi M. G. (1991), Social Interaction and Mathematical Knowledge, in Furinghetti F. (ed.) *Proc. of the 15th PME Int. Conf.*, vol. 1, pp. 1-16, Assisi, Italia.

Bartolini Bussi M. G. (1993), Geometrical Proofs and Mathematical Machines: An Exploratory Study, in Hirabayashi I., Nohda N., Shigematsu K. (eds.), *Proc. of the 17th PME Int. Conf.,* vol. II, 97-104, Tsukuba, Japan.

Bartolini Bussi M. G. (1994), Theoretical and Empirical Approaches To Classroom Interaction, in Biehler, Scholz, Strasser & Winckelmann (eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Kluwer Academic Publishers, 121-132, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bartolini Bussi M. G. (1996), Mathematical Discussion and Perspective Drawing in Primary School, *Educational Studies in Mathematics*, 31 (1-2), 11-41.

Bartolini Bussi M. G. & Pergola M. (1996), History in the Mathematics Classroom: Linkages and Kinematic Geometry, in Jahnke H. N., Knoche N. & Otte M. (hrsg.), *Geschichte der Mathematik in der Lehre*, 39-67,Goettingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Mariotti M. A., Bartolini Bussi M. G., Boero P., Ferri F. & Garuti R. (1997), Approaching Geometry Theorems in Contexts: From History and Epistemology to Cognition, in *Proc. 21st PME Int. Conf.* , vol. 1, 180-195, Lahti, Finland.

Arzarello F. & Bartolini Bussi M. G. (1998), Italian Trends in Research in Mathematics Education: A National Case Study in the International Perspective, in Kilpatrick J. & Sierpinska A. (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain : A Search for Identity*, vol. 2, 243-262, Kluwer Academic Publishers.

Bartolini Bussi M. G. (1998), Drawing Instruments : Theories and Practices from History to Didactics, *Documenta Mathematica - Extra Volume ICM 1998*, vol. 3, 735-746.

Bartolini Bussi M. G. & Boero P. (1998), Teaching Learning Geometry in Contexts, in Mammana C. & Villani V. (eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the XXI Century*, 52-61, Kluwer Academic Publishers.

Bartolini Bussi M. G. & Mariotti M. A. (1998), From Drawing to Construction in the Cabri Environment: the Role of Teacher Intervention, *in Proc. 22nd PME Int. Conf.* , vol. 2, 64-71, Stellenbosch, South Africa.

Bartolini Bussi M. G., 1998, Joint Activity in the Mathematics Classroom: a Vygotskian Analysis, in Seeger F., Voigt J. & Waschesho U. (eds), *The Culture of the Mathematics Classroom. Analyses and Changes*, Cambridge University Press, 13-49

Bartolini Bussi M. G., 1998, Verbal Interaction in Mathematics Classroom: a Vygotskian Analysis, in Steinbring H., Bartolini Bussi M. & Sierpinska A. (eds), *Language and Communication in the Mathematics Classroom*, Reston VA: NCTM, 65-84 .

Steinbring H., Bartolini Bussi M. & Sierpinska A. (eds), 1998, *Language and Communication in the Mathematics Classroom,* Reston VA: NCTM.

Bartolini Bussi M. G., Nasi D., Martinez A., Pergola M., Zanoli C., Turrini M. & al, 1999, *Laboratorio di Matematica : Theatrum Machinarum*, 1° CD rom del Museo, Modena: Museo Universitario di Storia Naturale e della Strumentazione Scientifica <http ://www.museo.unimo.it/theatrum>.
Bartolini Bussi M. G., Boni, M., Ferri, F. & Garuti, R.: 1999, 'Early Approach To Theoretical Thinking: Gears in Primary School', *Educ. Studies in Math*., 39 (1-3), 67-87.
Bartolini Bussi M. G. & Mariotti M. A. (1999), Instruments for Perspective Drawing: Historic, Epistemological and Didactic Issues, in Goldschmidt G., Porter W. & Ozkar M. (eds.), *Proc. of the 4th Int. Design Thinking Res. Symp. on Design Representation*, III 175-185, Massachusetts Institute of Technology & Technion - Israel Institute of Technology.
Bartolini Bussi M. G. & Mariotti M. A., Semiotic mediation : from history to mathematics classroom, *For the Learning of Mathematics,* 19 (2), 27-35.
Bartolini Bussi M. G. & Sierpinska A. et al. (2000), The relevance of the Historical Studies in Designing and Analysing Classroom Activities, in Fauvel J. & van Maanen J. (eds), *The Role of the History of Mathematics in the Teaching and Learning of Mathematics*, Kluwer Ac. Publ.,
Bartolini Bussi M. G., Investigation of Instruments, (2000) in Fauvel J. & van Maanen J. (eds), *The Role of the History of Mathematics in the Teaching and Learning of Mathematics*, Kluwer Ac. Publishers.

I punti specifici della ricerca

Il progetto prevede

- la costituzione di un gruppo misto di insegnanti – ricercatori e di universitari;
- la messa a punto, la realizzazione e l'analisi di diversi esperimenti didattici, scelti nel seguente elenco:

GRADO AREA	Scuola elementare	Scuola media	Biennio	Triennio
ARITMETICA	Il pallottoliere e l'abaco nella scrittura dei numeri naturali.			
ARITMETICA - ALGEBRA	La bilancia a piatti come metafora dell'equivalenza tra i due termini di una equazione.			
ALGEBRA - GEOMETRIA	Gli ingranaggi come campo di esperienza per la modellizzazione algebrica e geometrica			
		Il software "Science workshop" (ed. Pasco) per il rilevamento e l'elaborazione matematica di dati relativi a grandezze in fenomeni fisici osservati (es. caduta di corpi).		
GEOMETRIA			Macchine matematiche nella produzione di congetture e costruzione di dimostrazioni.	

Le proposte sono varie e basate sulle ricerche già svolte o avviate nell'Unità di Ricerca. L'attivazione di nuovi esperimenti relativi a un singolo tema in un particolare grado scolastico è subordinata alla presenza di almeno due insegnanti interessati.
Le proposte per le scuole ricoprono diverse aree della matematica (aritmetica, algebra, geometria). Per la presenza di artefatti concreti l'attenzione sarà posta su:

a) la costruzione del rapporto dialettico tra esperienze reali (e concretamente radicate nel corpo) ed esperimenti mentali, nel delicato approccio alla matematica come disciplina teorica;
b) la individuazione di attività individuali e collettive per le quali l'azione sullo strumento diviene efficace, rilevante e trasparente, in relazione ai concetti da costruire e ai processi da attivare.

I temi della tabella possono essere così dettagliati:

1. Il pallottoliere e l'abaco nella scrittura dei numeri naturali.

Percorsi didattici che evidenzino la transizione dall'uso concreto (gesto) dello strumento alla padronanza del sistema di rappresentazione posizionale dei numeri naturali (sistema simbolico le cui regole possono essere descritte anche senza riferimento allo strumento fisico che ne costituisce la radice storica).

RIFERIMENTI:

Ifrah G. (1981), Histoire universelle des Chiffres, Paris: Seghers (in traduzione italiana presso Mondadori).

Rotman B. (1987), Signifying Nothing: The Semiotics of Zero, Stanford University Press (in traduzione italiana presso Spirali).

2. La bilancia a piatti come metafora dell'equivalenza tra i due termini di una equazione.

Percorsi didattici che, a partire da situazioni di equilibrio della bilancia, privilegino la loro rappresentazione e portino gli allievi a: i) concepire le equazioni (di tipologia via via più complessa) come punto di arrivo di schematizzazioni successive di tali rappresentazioni; ii) vedere i principi di equivalenza come "teoremi in atto".

RIFERIMENTI

Diaz Schliemann, A., de Avelar Brito Lima, A.P., Lins Santiago, M.M., 1992, Understanding equivalence through balance scales, vol. 2, 298-305

Da Rocha Falcao J.T., 1995, A case of algebraic scaffolding: from balance scale to algebraic notation, *proc. PME* 19, vol.2, 66-73.

Malara N.A., Navarra G.., 2000, Explorative ways to encourage algebraic thinking through problems, in Gagatsis, E, Makrides G. (eds) *proc. II Mediterranean Conference on Mathematics Education*, vol 1, 55-64

3. Gli ingranaggi come campo di esperienza per la modellizzazione algebrica e geometrica.

Percorsi didattici che conducano a modelli algebrici di funzionamento cinematico (verso del movimento) e a modelli geometrici di costruzione (configurazione delle parti dell'ingranaggio nel piano o nello spazio).

RIFERIMENTI

Bartolini Bussi M. G., Boni, M., Ferri, F. & Garuti, R.: 1999, 'Early Approach To Theoretical Thinking: Gears in Primary School', *Educ. Studies in Math*., 39 (1-3), 67-87.

Bartolini Bussi M., Bergamini B., Betti B., Boni M., Ferri F., Fortini C., Garuti R., Monari F., Mucci A. (1997), I campi di esperienza dei meccanismi e degli ingranaggi tra esperienza quotidiana, tecnologia e geometria, in Grugnetti L. (ed.), *Dallo spazio del bambino agli spazi della geometria*, 95-99, Parma : Dipartimento di Matematica

4. Il software "Science workshop" (ed. Pasco) per il rilevamento e l'elaborazione matematica di dati relativi a grandezze in fenomeni fisici osservati (es. caduta di gravi).

Utilizzo del software "Science workshop" (ed. Pasco) per il rilevamento e l'elaborazione matematica di dati relativi a grandezze in fenomeni fisici osservati (es. caduta di corpi). Studio simultaneo della variazione di coppie di grandezze e relativa rappresentazione grafica. Confronto tra grafici di andamento e funzioni algebriche di modellizzazione.

RIFERIMENTI

Hershowitz, R., Schwartz, B., 1997, Unifying Cognitive and Sociocultural aspects in research on learning the function concept, *proc PME 21*, vol. 1, 148-164

B. Yerushalmy, M., 1997, Emergence of new schemes for solving algebra world problems: The impact of thecnology and the function approach, *proc PME 21,* vol. 1, 165-179

Iaderosa R., Malara N.A.: 1999, Analisi e valutazione delle difficoltà in un percorso di apprendimento nella scuola media finalizzato ad un approccio al concetto di funzione nei suoi vari aspetti, in stampa su *Atti del 3° Internuclei Scuola dell'obbligo*, (Vico Equense, Napoli, marzo 1999)

5. Macchine matematiche nella produzione di congetture e costruzione di dimostrazioni.

Percorsi didattici che conducano alla produzione di congetture e alla costruzione di dimostrazioni relative al tracciamento di curve e alla realizzazione di corrispondenze tra parti del piano, attraverso l'attività con strumenti reali (disponibili presso il Laboratorio di Matematica del Museo Universitario di Storia Naturale e della Strumentazione Scientifica di Modena) o con loro simulazioni al calcolatore.

RIFERIMENTI
Bartolini Bussi M. G. & Pergola M. (1996), History in the Mathematics Classroom: Linkages and Kinematic Geometry, in Jahnke H. N., Knoche N. & Otte M. (hrsg.), *Geschichte der Mathematik in der Lehre*, 39-67,Goettingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
Bartolini Bussi M. G., Nasi D., Martinez A., Pergola M., Zanoli C., Turrini M. & al, 1999, *Laboratorio di Matematica : Theatrum Machinarum*, 1° CD rom del Museo, Modena: Museo Universitario di Storia Naturale e della Strumentazione Scientifica, vedi anche on line: <http ://www.museo.unimo.it/theatrum>.

Metodologia

Per ciascuno degli esperimenti avviati, insegnanti già esperti o insegnanti nuovi affiancati da colleghi esperti e da personale dell'Università, metteranno a punto una proposta di percorso, con la definizione degli obiettivi, l'analisi dettagliata delle diverse consegne per la classe (analisi a priori), la raccolta dei dati nelle classi e l'analisi di tali dati in relazione a griglie discusse collettivamente.
Il Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata (e per esso la responsabile scientifica ed i collaboratori) si farà carico della formazione in servizio, per la costituzione di un gruppo di insegnanti – ricercatori qualificato ed in grado di condurre la ricerca in collaborazione paritetica con il personale universitario. Per tale formazione in servizio ci si potrà avvalere anche del contributo di esperti esterni (conferenze, seminari, laboratori).
Il gruppo degli insegnanti – ricercatori parteciperà a riunioni collegiali e a incontri autogestiti di piccolo gruppo, dedicati ai vari esperimenti, per almeno 30 ore. Con il loro accordo, potranno partecipare agli incontri ed essere inseriti nelle classi come osservatori anche studenti del Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria (sede di Reggio Emilia) e della SSIS (sede di Modena), per le attività previste di tirocinio.
Elementi caratterizzanti della ricerca saranno i seguenti:

a) l'analisi storico – epistemologica della mediazione offerta dagli strumenti in interazione con diversi modi di rappresentazione (linguaggio verbale orale e scritto, disegno, gesti ecc.);
b) l'analisi cognitiva di processi degli allievi, attraverso le tracce delle produzioni verbali, scritte, iconiche e gestuali degli allievi;
c) l'analisi didattica del ruolo dell'insegnante.

Con il consenso degli insegnanti – ricercatori e con la loro collaborazione, si intende anche mettere a punto un modello di auto - osservazione (es. diario mensile) relativo ai loro cambiamenti di atteggiamento rispetto ai contenuti disciplinari e all'osservazione dei processi degli allievi.

Tempi

La ricerca si svolgerà nel periodo febbraio 2001 – febbraio 2002 secondo il seguente calendario:

- febbraio – luglio 2001: selezione degli insegnanti ed inserimento dei nuovi nel gruppo di ricerca (formazione in servizio);
- settembre – ottobre 2001: messa a punto dei singoli esperimenti;
- novembre – dicembre 2001: realizzazione, osservazione e raccolta dei dati nelle classi;
- gennaio - febbraio 2002: redazione del report finale per ogni esperimento (eventualmente nella forma di articolo da inviare ad una rivista o nella forma di comunicazione da presentare a un convegno).

N.B. Rispetto al programma iniziale qui riportato c'è stato un ritardo nell'avvio della procedura di selezione e, di conseguenza, uno slittamento nel tempo di alcuni mesi. La ricerca si svolgerà nell'a.s. 2001/02.

Risultati attesi

I risultati attesi, evidenziati nel report finale, riguardano la produzione di

- conoscenze significative di per sé (relative, ad esempio, ai processi osservati nel corso dell'uso dello strumento) ed inquadrate nella letteratura internazionale del settore;
- schemi di percorsi didattici descritti in modo analitico, significativi per la riproduzione in altra situazione scolastica;
- materiale per la formazione degli insegnanti.