

Uno spazio / molti spazi

Non sempre l'insegnante di matematica è consapevole delle differenze tra le diverse esperienze spaziali in termini di esplorazione, rappresentazione, concettualizzazione.

Anzi, spesso, l'insegnante ragiona solo in riferimento al modello matematico che può essere utilizzato.

L'analisi epistemologica, cognitiva, didattica mettono in evidenza che le prestazioni e le competenze necessarie sono diverse e che non è lecito ipotizzare con semplicità abilità di trasferimento.

Conferme vengono anche dai recenti sviluppi delle neuroscienze che collegano le prestazioni in tipi di spazi diversi alla sollecitazione di sistemi neurali diversi.

Diversi tipi di spazi secondo i neurofisiologi

Spazio personale

è lo spazio occupato
dal nostro corpo

Spazio peri-personale

è lo spazio raggiungibile
con le braccia e le mani

Spazio extra-personale

è lo spazio non
raggiungibile con le braccia

Gli studi su pazienti con lesioni
mostrano che

- ci possono essere difficoltà
nel collegare esperienze, percezioni,
rappresentazioni
relative a spazi diversi
- i sistemi neurali coinvolti sono diversi

Da un punto di vista qualitativo
conviene precisare ulteriormente la distinzione

Spazio personale

è lo spazio occupato
dal nostro corpo

Lo spazio personale o spazio del corpo



IL METODO

Il Metodo Terzi è un sistema educativo e riabilitativo che sviluppa la capacità di elaborare le informazioni spazio-temporali che giungono al nostro cervello dai vari canali percettivi e di usarle al meglio nelle varie attività.

È stato ideato agli inizi del 1900 in una scuola elementare per bambini ciechi di Reggio Emilia, dove l'autrice, Ida Terzi, lavorava, ed è stato ben presto utilizzato anche in altri campi educativi e clinici.

Il metodo favorisce l'elaborazione consapevole di tutte le informazioni spazio-temporali, relative al proprio corpo e al mondo esterno, attraverso una serie strutturata di esercizi **sensoriali e deambulatori** eseguiti prevalentemente ad occhi chiusi e con modalità che favoriscono l'utilizzo delle informazioni propriocettive e di contatto.

Tutti gli esercizi richiedono la **RAPPRESENTAZIONE** di quanto è stato fatto. In questo modo il terapeuta/ l'educatore può fare una migliore diagnosi delle difficoltà del soggetto e aiutare la sua capacità di costruire le **IMMAGINI MENTALI** motorie, propriocettive e visuo-spaziali.

Con gradualità si favorisce così l'integrazione tra loro delle informazioni spazio-temporali che giungono dai diversi canali percettivi e delle informazioni spazio-temporali con le informazioni verbali.

Il miglioramento dell'integrazione tra se ed il mondo esterno significa un miglioramento delle capacità cognitive, ma anche un sostegno alla propria capacità psico-relazionale di stare nel mondo.

1° MODULO

IL METODO TERZI: organizzazione spazio-temporale con riferimento allo schema corporeo

Programma scientifico

Il corso, attraverso una gradualità di esercizi sensoriali e deambulatori, favorisce l'integrazione fra i dati sensoriali propriocettivi ed esteroceettivi che portano al Sistema Nervoso Centrale informazioni spazio-temporali.

Partendo dall'esperienza pratica, il Metodo esercita la capacità di creare e utilizzare le immagini mentali e, più in generale, la capacità rappresentativa. Il corso si prefigge di costruire in modo dinamico lo schema corporeo, considerato il prerequisito fondamentale per l'organizzazione dello spazio topologico. Tale spazio costituisce la prima tappa nell'organizzazione dell'idea di spazio a cui fanno seguito, nell'ordine, lo spazio euclideo e lo spazio proiettivo.

Argomenti trattati

1. Striscio del corpo a terra.

Laboratorio pratico:
* Striscio passivo a corpo prono e supino.
* Striscio attivo a corpo prono e supino.

Lezioni teoriche:
* Cenni di neurofisiologia: i ricettori sensoriali

2. Organizzazione del ritmo neuromuscolare delle diverse posture.

Laboratorio pratico:
* Ritmo semplice degli atti
* Respirazione nasale
* Coordinazione ritmica di due e di tre canali
* La rappresentazione dei ritmi

Lezioni teoriche:
* La percezione dello spazio e del tempo
* I concetti di spazio e tempo
* Il ritmo

3. Organizzazione e rappresentazione dello schema corporeo.

Laboratorio pratico:
* Atteggiamenti dal vissuto corporeo alla rappresentazione.
* Atteggiamenti dalla rappresentazione al vissuto corporeo.
* Tocchi dal vissuto corporeo alla rappresentazione.
* Tocchi dalla rappresentazione al vissuto corporeo.

Lezioni teoriche:
* Lo schema corporeo
* L'elaborazione e l'integrazione delle informazioni: le reti neurali

4. La distinzione propriocettiva degli emicorpi rispetto al piano mediale di simmetria dx-ss.

Laboratorio pratico:
* La distinzione propriocettiva degli emicorpi arti superiori e arti inferiori

Lezioni teoriche:
* Applicazioni del Metodo

5. L'uso del ritmo per quantificare.

Laboratorio pratico:
* Il gioco del numero

Lezioni teoriche:
* fasi di acquisizione dei numeri

6. Sviluppo della motricità manuale fine.

Laboratorio pratico:
* Elementi basilari per lo svolgimento della modellatura

Lezioni teoriche:
* La motricità fine

Prova teorica pratica finale (crediti ECM)

N.B.

Al secondo modulo sono ammessi solo coloro che abbiano già frequentato il primo modulo.

Per tutte le applicazioni sono previste attività in piccoli gruppi. Le attività pratiche richiedono un abbigliamento comodo (tute e calze da ginnastica) e, poiché si svolgono ad occhi bendati, anche un foulard scuro.

2° MODULO

IL METODO TERZI: organizzazione spazio-temporale con riferimento allo spazio metrico euclideo

Programma scientifico

Il Corso fornisce gli strumenti per sviluppare il pensiero spaziale e la costruzione delle immagini mentali, privilegiando come canale percettivo il canale deambulatorio (con l'esclusione della vista).

Argomenti trattati

1. La conoscenza qualitativa.

Laboratorio pratico:
* Traslazioni rettilinee orientate
* Rotazione
* Traslazioni curvilinee orientate
* Relative rappresentazioni grafiche

Lezioni teoriche:
* I concetti di spazio e di tempo con riferimento allo spazio metrico euclideo
* Il canale deambulatorio

2. La conoscenza qualitativa.

Laboratorio pratico:
* Le quantificazioni del movimento rettilineo, rotatorio e curvilineo
* Relative rappresentazioni

Lezioni teoriche:
* La dimensione temporale
* Cenni di neuropsicologia
* La rappresentazione spazio temporale

3. La conoscenza modale.

Laboratorio pratico:
* La costruzione di spezzate monoangolari, di scalette e greche, di rette parallele, di perimetri, di cerchio, di diagonali, altezze e diametri
* Applicazioni libere
* Relative rappresentazioni

Lezioni teoriche:
* Il pensiero spaziale e le immagini mentali

4. Organizzazione tattile manuale.

Laboratorio pratico:
* Analisi manuale di figure geometriche piane
* Categorizzazione
* Modellatura in plastina e ritaglio di figure geometriche
* La sezione maestra

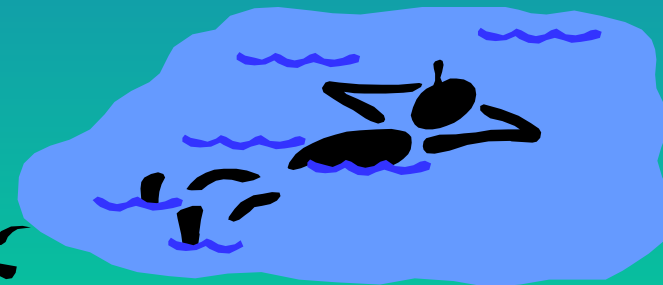
Lezioni teoriche:
* L'integrazione fra l'organizzazione geometrica del movimento deambulatorio e l'organizzazione tattile manuale delle figure geometriche.

Laboratorio pratico:

* Lavori in piccolo gruppo

Lezioni teoriche:
* Applicazioni del metodo

Prova teorica pratica finale (crediti ECM)



Da un punto di vista qualitativo
conviene precisare ulteriormente la distinzione

Spazio personale
è lo spazio occupato
dal nostro corpo

Spazio peri-personale
è lo spazio raggiungibile
con le braccia e le mani

Viene anche chiamato
microspazio

Da un punto di vista qualitativo
conviene precisare ulteriormente la distinzione

Spazio personale
è lo spazio occupato
dal nostro corpo

Spazio peri-personale
è lo spazio raggiungibile
con le braccia e le mani

Viene anche chiamato
microspazio

Spazio extra-personale
è lo spazio non
raggiungibile con le braccia

Può essere ulteriormente distinto in
mesospazio – macros spazio (e megaspazio)

Da un punto di vista qualitativo
conviene precisare ulteriormente la distinzione

	Microspazio	Mesospazio	Macrospazio
Accessibilità Decrescente ↘	Vicino al soggetto, accessibile alla manipolazione e alla visione	Accessibile ad una visione globale, quasi simultanea	Accessibile solo a visioni locali: la visione globale è costruita in modo intellettuale

Da un punto di vista qualitativo
conviene precisare ulteriormente la distinzione

	Microspazio	Mesospazio	Macrospazio
Bisogno di mobilità crescente ↗	Tutti i 'piccoli' spostamenti di soggetto e oggetto sono possibili; c'è una percezione potenzialmente esaustiva dell'oggetto	Gli oggetti, fissi, fungono da punti di riferimento (landmarks), percepibili solo da alcuni punti di vista, gli spostamenti del soggetto sono limitati dalla disposizione degli oggetti; lo spazio è differenziato in funzione di pieni e vuoti	Gli oggetti, fissi, fungono da punti di riferimento (landmarks), ma solo una parte di essi è sotto il controllo della vista. Per vederli tutti sono necessari ampi movimenti del soggetto (es. camminare)

Da un punto di vista qualitativo
 conviene precisare ulteriormente la distinzione

	Microspazio	Mesospazio	Macrospazio
<p>Densità di informazione Decrescente </p> <p>Necessità di concettualizzaz. crescente </p>	<p>C'è una forte densità di informazione per il soggetto: c'è controllo empirico delle relazioni spaziali, la necessità di concettualizzaz è limitata</p>	<p>C'è minore densità di informazione e costo più alto dell'azione: la necessità di coordinare prospettive diverse richiede un certo livello di concettualizzaz.</p>	<p>Ci sono densità di informazione decrescenti per tre tipi di macrospazi: urbano – rurale - marittimo Alte richieste di concettualizzaz per ricostruire la continuità dello spazio e ottenere una rappresentaz. globale</p>

Da un punto di vista qualitativo
conviene precisare ulteriormente la distinzione

	Microspazio	Mesospazio	Macrospazio
Necessità di decentramento crescente ↗	Il soggetto è fuori dallo spazio centrato nel suo punto di vista	Il soggetto è dentro lo spazio e ha bisogno di decentramento	Il soggetto è dentro lo spazio e ha ancora più bisogno di decentramento per integrare e coordinare percezioni frammentarie

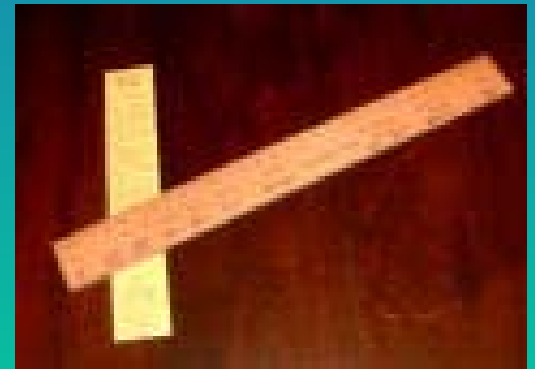
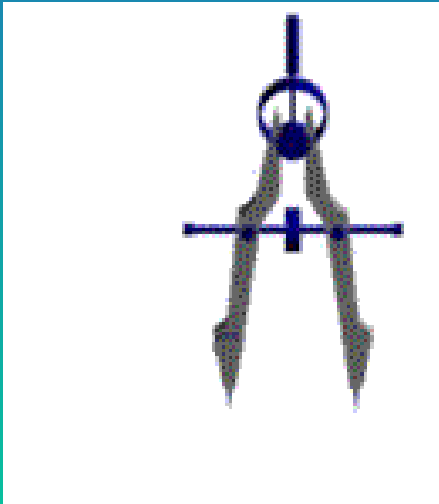
Da un punto di vista qualitativo
conviene precisare ulteriormente la distinzione

	Microspazio	Mesospazio	Macrospazio
	Lo spazio è generato intorno all'oggetto; il sistema di riferimento può essere egocentrico	Lo spazio è un contenitore omogeneo di oggetti. Lo spazio vuoto è esteso, tridimensionale, non isotropo C'è necessità di coordinare, con il controllo della vista, il sistema di riferimento egocentrico con un riferimento allocentrico (fisso)	Lo spazio è generato in modo intellettuale. Lo spazio è esteso, tridimensionale, isotropo. Per orientarsi c'è necessità di coordinare il sistema di riferimento del soggetto con uno (o più) riferimenti diversi

Da un punto di vista qualitativo
conviene precisare ulteriormente la distinzione

	Microspazio	Mesospazio	Macrospazio
Esempi	Il piano di lavoro del tavolo Un foglio di carta Lo schermo del PC	Un'aula La palestra La camera da letto	Un edificio Il quartiere La campagna Il mare Il deserto ... Un labirinto

Microspazi



Mesospazi



Macrospazi



Interno del Labirinto di Porsenna Chiusi



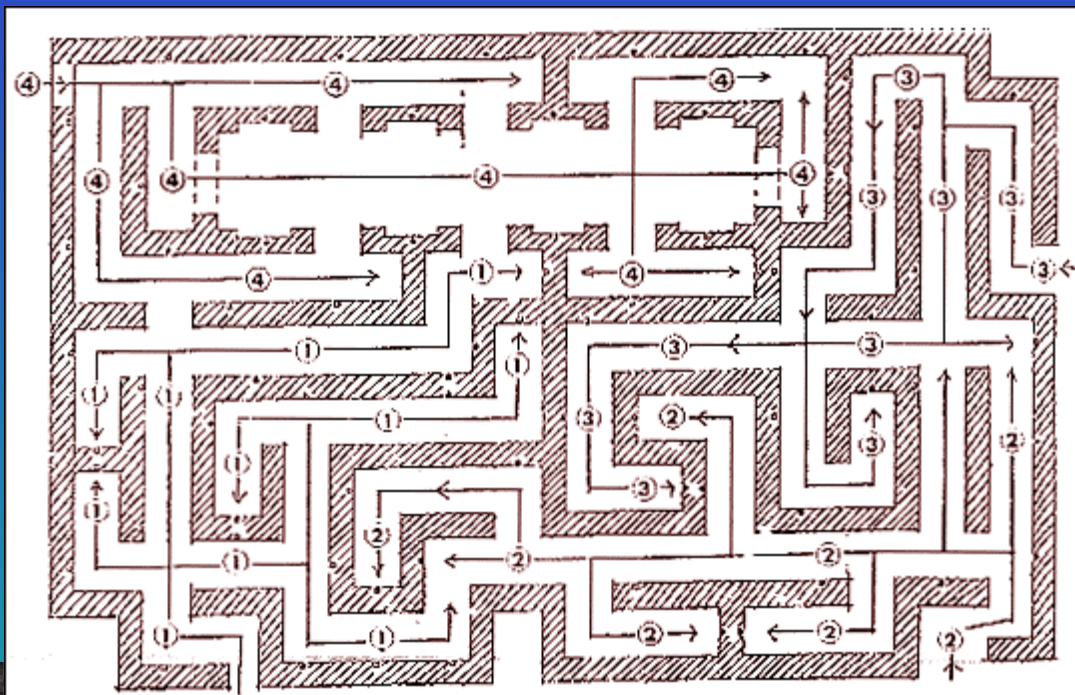
Un corridoio della nuova sede
della Facoltà di Scienze della Formazione
(Bressanone – BZ)
Sono tutti uguali – mancano i landmarks!



Plastico →



Il Labirinto di Shining (S. Kubrick)



The Maze; pursuits of Danny with the Steadicam.

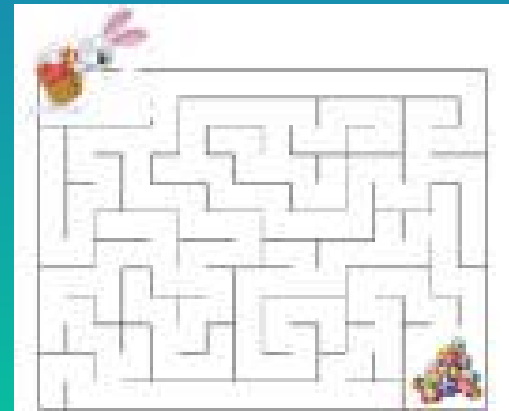
from American Cinematographer



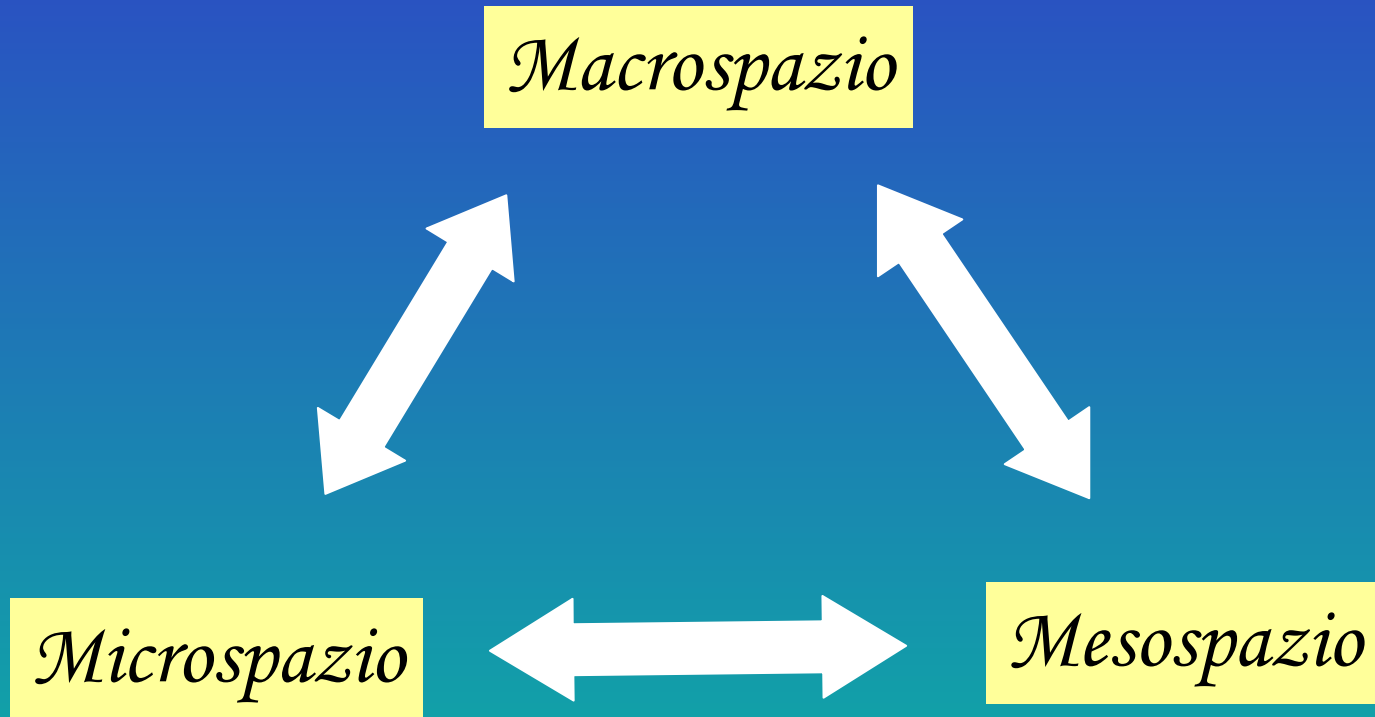
Altri labirinti



E questi?



Nei problemi di rappresentazione



Nei problemi di rappresentazione

Macrospazio

Carte
Topografiche,
geografiche

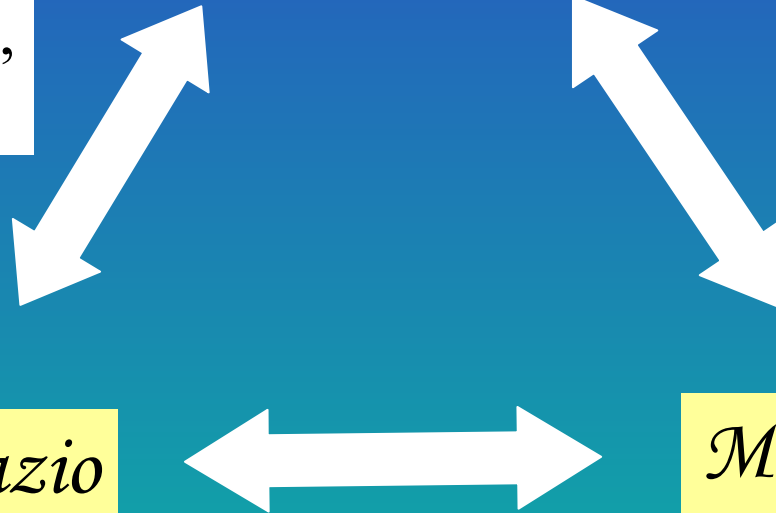
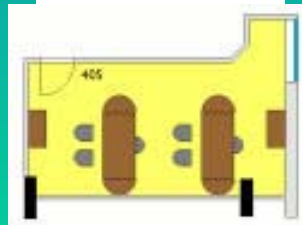
Modelli
di grandi
dimensioni



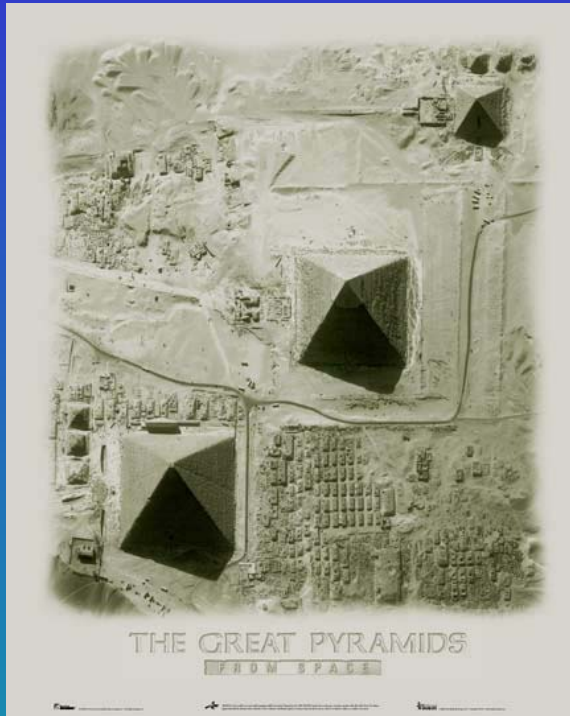
Microspazio

Mesospazio

Piantine



Megaspazi



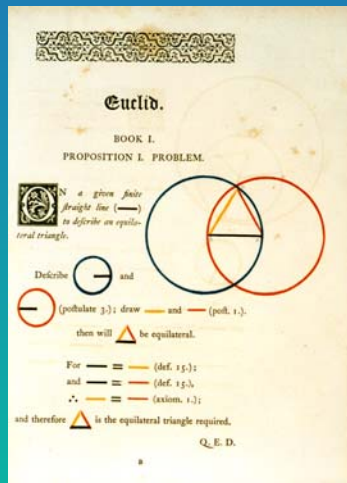
Fonte: Lanciano N. (2002), Strumenti Per i giardini del cielo, Bergamo: Edizioni Junior

Gli spazi della matematica

Euclide

Geometria come:
Scienza delle figure

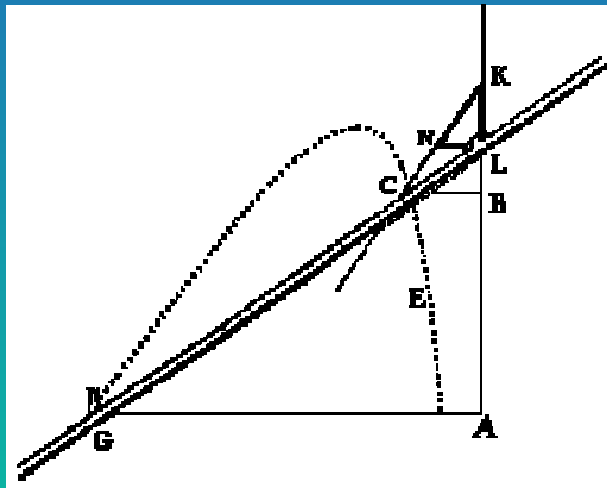
(spazio limitato)



*Euclid, secondo
Byrne, 1847*

Gli spazi della matematica

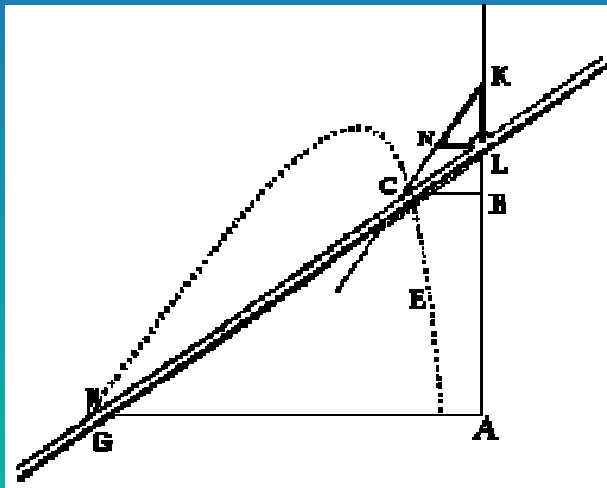
Cartesio



Descartes
Géométrie, 1637

Geometria come:
Scienza delle figure
(spazio limitato)

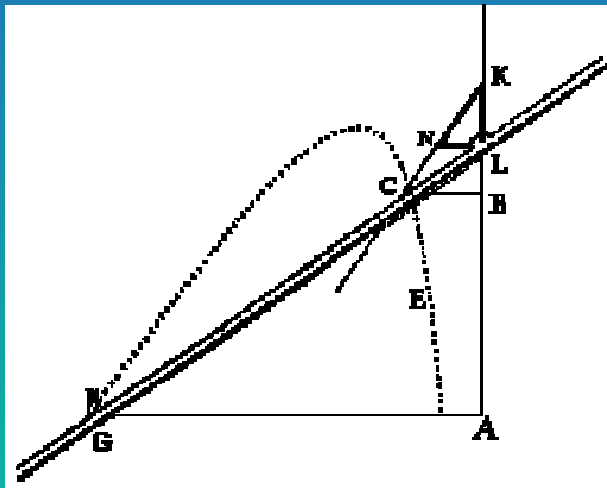
Curve ed equazioni secondo Cartesio



Il telaio rigido NKL trasla
in modo che il suo lato KL
scivoli lungo la retta fissa AB,
e trascina nel suo moto le rette
NK e GL,
essendo quest'ultima impernata in
G (punto fisso)
e costretta a passare per L.

Il punto di intersezione C delle rette
NK e GL
descrive una curva C .

*Curve ed equazioni
secondo Cartesio*



Quantità indeterminate:

$$AB = x, CB = y$$

Quantità determinate.

$$AG = a, LK = b, LN = c$$

NLK sim CBK

$$NL : LK = CB : BK$$

$$BK = LK \cdot CB / NL = by / c$$

$$BL = BK - LK =$$

$$by / c - b = b (y - c) / c$$

$$AL = AB + BL =$$

$$= x + b (y - c) / c$$

CBL sim GAL

$$BC : BL = AG : AL$$

$$BC \cdot AL = AG \cdot BL$$

$$y [x + b (y - c) / c] = a [b (y - c) / c]$$

Congettare e dimostrare: curvigrifi

Problema

(piccolo gruppo di studenti)

Dato un **curvigrafo** (sistema articolato 'piano', biellismo, ecc. con 1 grado di libertà), è data la consegna:

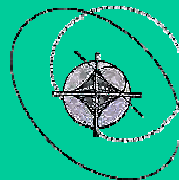
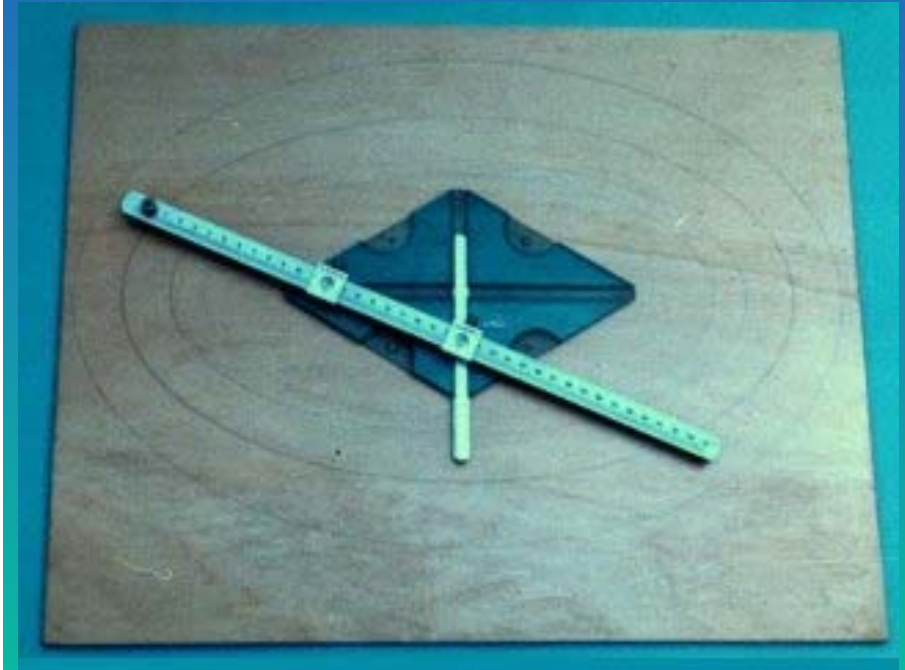
- produrre una **congettura** sulla traiettoria descritta dal punto tracciatore
- costruire una **dimostrazione** della congettura prodotta

Un esempio: 3^a liceo scientifico (attività in piccolo gruppo)

Compito:

Il punto tracciatore di questo strumento disegna un arco durante il movimento.

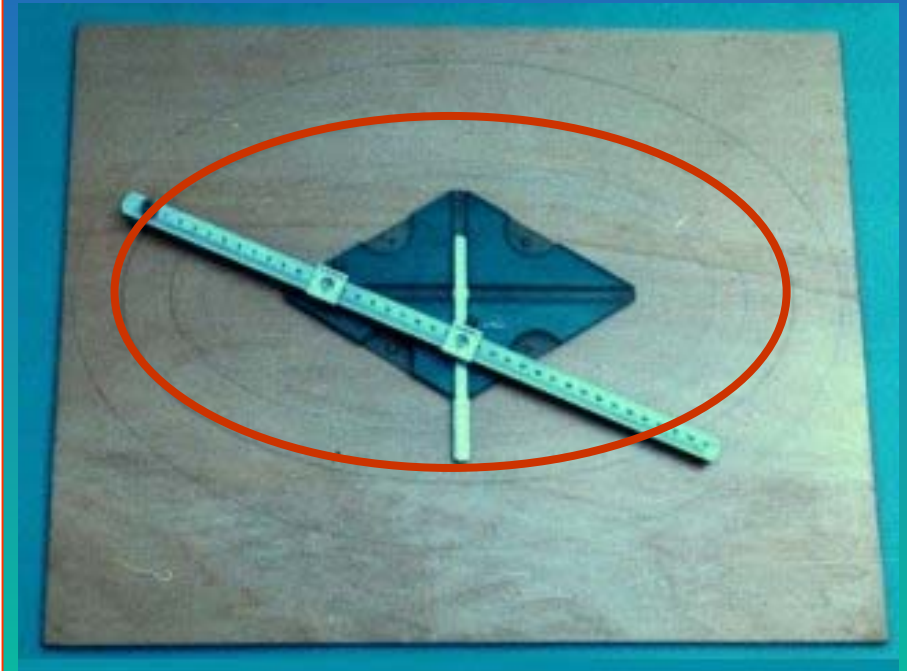
- *Che curva è? Fate una congettura ed argomentatela.*
- *Costruite una dimostrazione della vostra congettura*



Un esempio: 3^a liceo scientifico (attività in piccolo gruppo)

Breve riassunto del processo:

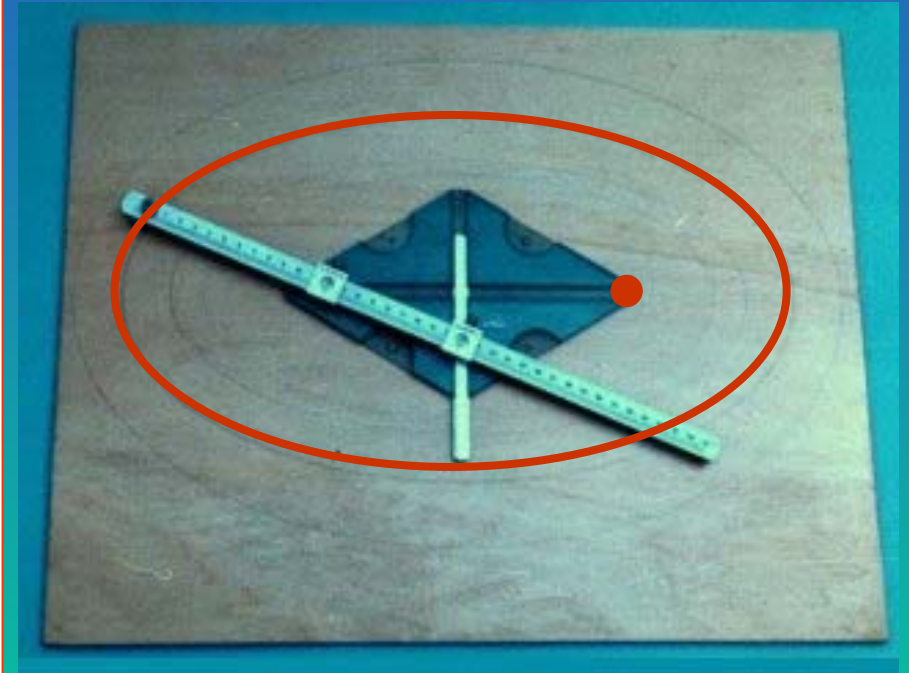
- 1) Congettura immediata: è *un'ellisse!*
- 2) Non si produce nessuna argomentazione: è l'unica risposta possibile!
- 3) Dimostrazione????



Un esempio: 3^a liceo scientifico (attività in piccolo gruppo)

4) Si cercano i fuochi, per usare la definizione metrica dell'ellisse.

5) 1^a congettura: *I fuochi sono i due punti 'speciali' dello strumento.*



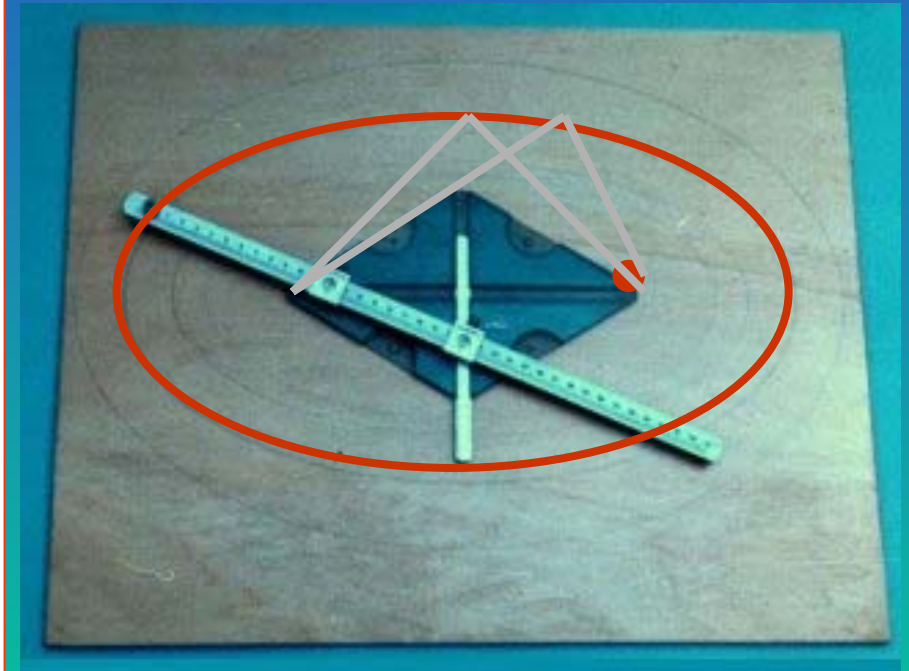
Un esempio: 3^a liceo scientifico (attività in piccolo gruppo)

6) Controllo: *Vale la proprietà metrica?*

7) Si misura col righello

8) *Non vale!?*

9) *Ci serve un'idea nuova!*



Un esempio: 3^a liceo scientifico (attività in piccolo gruppo)

10) *Proviamo a usare una formula:*

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

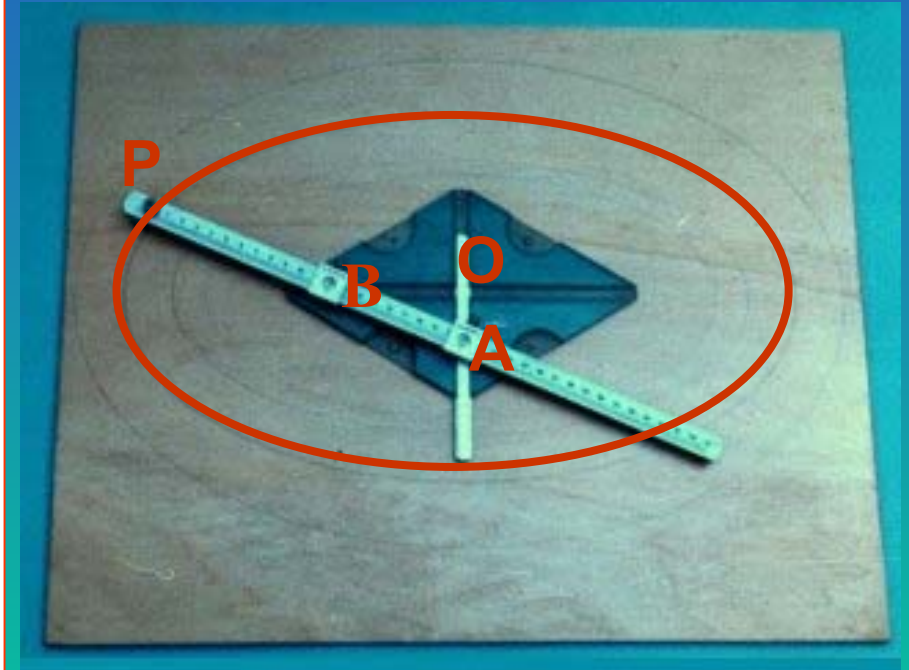
Con

$$a = AP$$

$$b = BP$$

$$c = d \text{ (OF)}$$

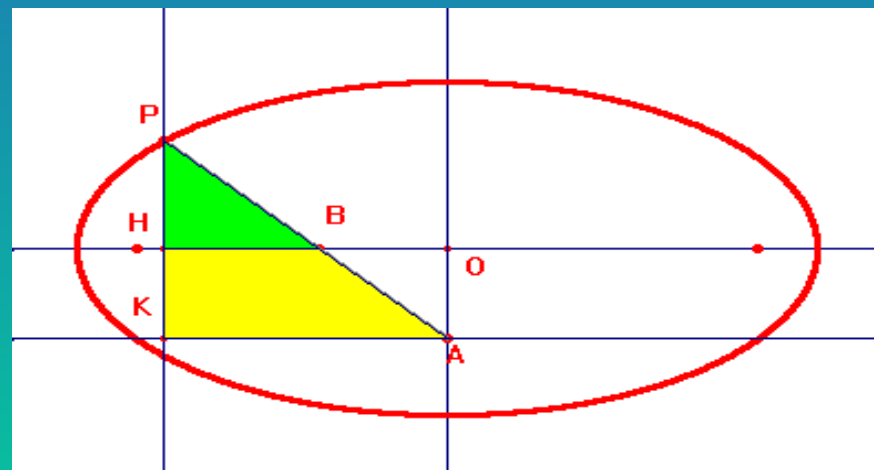
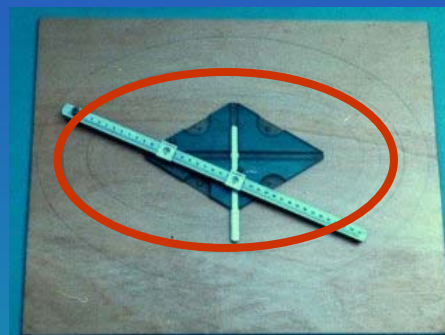
(F fuoco).



Un esempio: 3^a liceo scientifico (attività in piccolo gruppo)

11) Si spostano sul foglio di carta e disegnano uno schema 'statico' dello strumento con un sistema di riferimento.

12) *Dato che i triangoli PHB e PKA sono **sempre** simili, c'è una proporzione*

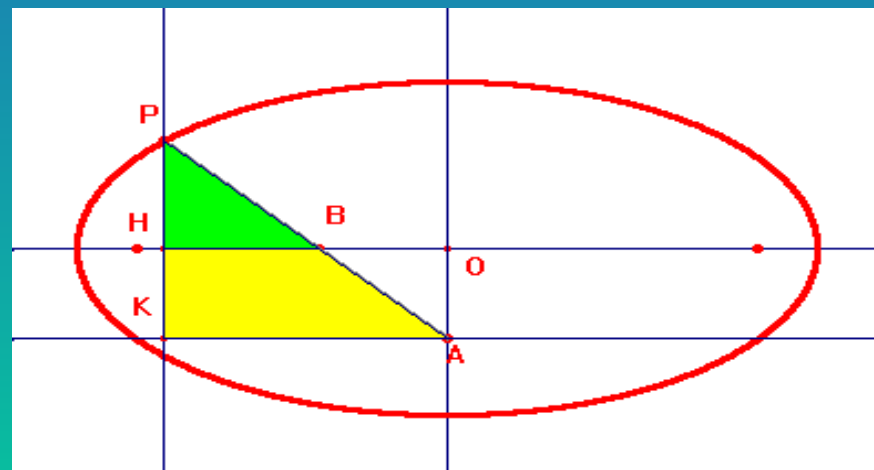
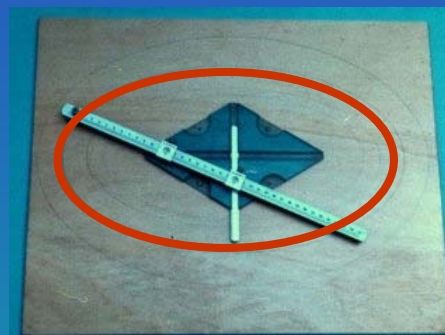


Un esempio: 3^a liceo scientifico (attività in piccolo gruppo)

12) Dato che i triangoli
PHB e PKA
sono *sempre* simili, c'è una
proporzione

$$\text{PH} : \text{PB} = \text{PK} : \text{PA}$$
$$y : b = \sqrt{a^2 - x^2} : a$$

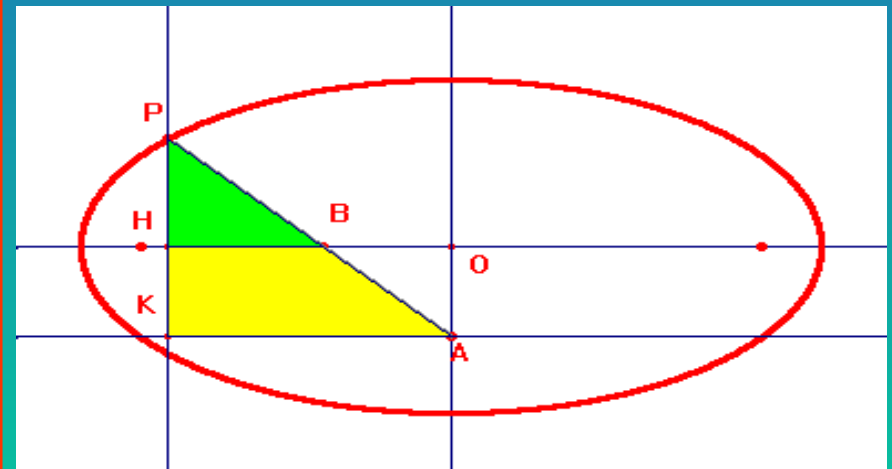
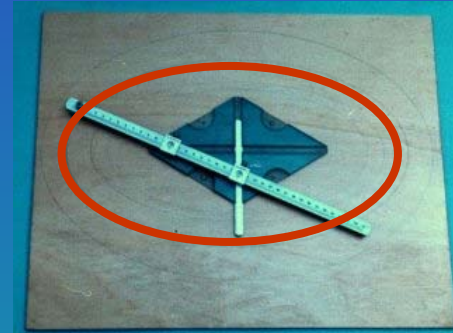
E quindi si può calcolare
l'equazione dell'ellisse



Un esempio: 3^a liceo scientifico (attività in piccolo gruppo)

*E quindi si può calcolare
l'equazione dell'ellisse
In forma canonica*

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Quale funzione ha lo strumento?

- **Esplorazione:** creare un ambiente diverso da (complementare a) quello carta e matita.
- **Congettura:** incoraggiare la generazione di congetture attraverso una esplorazione **dinamica**.
- **Dimostrazione:** collegare l'idea di moto continuo all'idea di **sempre (generalizzazione)**
- **Collegamento:** aprire la via per un discorso storico sulla geometria organica

E se uso uno strumento 'virtuale'?
C'è differenza?

Ad esempio

Esplora il multimedia:

Theatrum Machinarum

<http://www.mmlab.unimore.it>

E se uso uno strumento 'virtuale'?

C'è differenza?

Strumento reale

Manipolazione diretta

Non flessibile
(esperimenti mentali)



Generalizzazione
da un caso paradigmatico

Strumento virtuale

Manipolazione mediata
dal mouse

Flessibile
(‘infiniti’ esperimenti reali)



Generalizzazione
da molti casi